



Universidad Simón Bolívar  
 Departamento de Matemáticas  
 Puras y Aplicadas  
 Septiembre–Diciembre 2011

Nombre: \_\_\_\_\_

Carné: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_

**1er. Parcial de Matemáticas VII. Bloque B (9:30 AM)**

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE;  $a, \omega \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ .

$u(x)$	$U(z)$
$u'_{gen}(x)$	$zU(z)$
$xu(x)$	$-U'(z)$
$u(x-a)$	$U(z)e^{-az}$
$e^{\alpha x}u(x)$	$U(z-\alpha)$
$\alpha u(x) + \beta v(x)$	$\alpha U(z) + \beta V(z)$
$u * v(x)$	$U(z)V(z)$

$u(x)$	$U(z)$
$\delta(x)$	$1$
$\delta^{(k)}(x)$	$z^k$
$H(x)$	$\frac{1}{z}$
$H(x)\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{z^k}$
$H(x)e^{\alpha x}$	$\frac{1}{z-\alpha}$

$u(x)$	$U(z)$
$H(x)e^{\alpha x}\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{(z-\alpha)^k}$
$H(x)\text{sen}(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 + \omega^2}$
$H(x)\text{cos}(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 + \omega^2}$
$H(x)\text{senh}(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 - \omega^2}$
$H(x)\text{cosh}(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 - \omega^2}$

1. (12 ptos.) Sea  $f(x) = (1-x)1_{(0,1)}(x)$ 
  - a) Calcule  $f''_{gen}(x)$ .
  - b) Use (a) para calcular  $I(\lambda) = \int_0^1 (1-x)e^{\lambda x} dx$ , donde  $\lambda > 0$ .
2. (11 ptos.) Pruebe que  $(1 + \cos(x))\delta''_{\pi}(t) = \delta_{\pi}(t)$
3. (12 ptos.) Halle en forma explícita  $u(t)$  tal que  $[tH(t)] * [u(t)] = \frac{1 - \cos(\omega x)}{\omega^2}H(t)$ ;  $-\infty < t < \infty$ .
4. (15 ptos.) Resuelva el siguiente problema de valores iniciales, reduciendo a funciones causales

$$\begin{cases} y''' - y' = 1 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \\ y''(0) = 1 \end{cases}$$

**¡Justifique todas sus respuestas!**